L.7/11/87 Sahline A.S :2004/2005

Devoir de controle N°3

Mr Zrafi Classe : 4ème E.G

Durée : 2.H

EXERCICE N°1 (6 pts)

Soit U la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = U_n^2 \end{cases}$

1/a) Montrer par récurrence que pour tout n de IN : $0 < U_n \leq \frac{1}{2}$

b) Montrer que U est une suite strictement décroissante

c) En déduire que U est convergente et déterminer sa limite l

2/ On pose $V_n = \text{Log}U_n$

a) Montrer que pour tout n de IN : $V_n < 0$

b) Montrer que V est une suite géométrique de raison 2

c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

d) Retrouver $\lim\limits_{x \to +\infty} U_n$

EXERCICE N°2 (6 pts)

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher :
cinq boules noires numérotées 1, 1, 0 , 0 , 3 et trois boules blanches numérotées 1 ,0 ,3
Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

1/a) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « obtenir trois boules de même couleur ».

B : « obtenir trois boules portant des numéros impairs ».

C : « obtenir au moins une boule blanche ».

b) Soit l'évènement S : « la somme des numéros marqués sur les trois boules tirées est égales à 3 ».

Montrer que la probabilité pour que S soit réalisé est égale à $\frac{1}{8}$

2/ On répète l'épreuve précédente quatre fois de suite en remettant à chaque fois les trois boules tirées dans l'urne. Soit X l'alea numérique prenant pour valeur le nombre d'épreuves où l'évènement S est réalisé.

a) Etablir la loi de probabilité de X

b) Calculer P(X< 1).

c) Calculer la variance de X

Problème : (8 pts)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = 1+ x + e^x$

On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\left\| \vec{i} \right\| = 2$ cm

1/ a) Montrer que pour tout réel x : f '(x) > 1.

b) Dresser le tableau de variation de f .

2/a) Montrer que Δ : y = x + 1 est une asymptote à (ζ_f) au voisinage de $-\infty$

b) Etudier la position de (ζ_f) par rapport à Δ.

3/ Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter le résultat graphiquement

4/a) Montrer que f réalise une bijection de IR sur IR.

b) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α et que :-2 < α <-1

5/ Tracer (ζ_f) et $(\zeta_{f^{-1}})$.

6/ Montrer que : $\int_0^1 f(x)dx = \dfrac{1}{2} + e$